

浅析基于 CreditMetrics 的债券组合 信用经济资本度量方法

王曙明 ☎: (86) 83571404

(86) 15901485294

✉: wangshuming@chinastock.com.cn

信用质量(Credit Quality)变动风险(包含了信用评级下调和违约风险)是目前券商所面临的最主要的信用风险,它主要是由固定收益类投资业务所持有的信用债券的信用评级发生变化,即发生信用事件(Credit Event),而导致证券价值波动的风险(违约事件可作为特殊的信用事件被纳入这种情形讨论);本报告主要针对券商债券投资业务的信用质量变动风险讨论如何应用 CreditMetrics 方法来度量信用风险,并在此基础上进一步讨论信用经济资本(Economic Capital)的计算。

1. CreditMetrics 的基本原理

CreditMetrics 是 J. P. Morgan 于 1997 年开发出的一种度量信用组合在一定展期内的信用风险价值(VaR)的模型。CreditMetrics 的基本原理主要基于以下几点:

第一,基于大量公司评级调整的历史数据,建立信用转移矩阵(Credit Migration Matrix),这样对于信用转移概率,我们通过计算单只债券在各种未来(展期末)可能评级下的远期价值,得到远期组合价值的分布。

第二,将信用转移融入 Merton 模型(1974),从而可以计算联合信用转移概率。首先,在 Merton 模型中,我们假定公司(发行方)资产价值服从几何布朗运动:

$$dV_A = \mu V_A dt + \sigma_A V_A dz, \quad (1)$$

于是，知道 V_A 服从对数正态分布：

$$\ln V_A(t) \sim \left(\ln V_A(0) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t, \sigma \sqrt{t} \right). \quad (2)$$

进一步，我们记 P_{Def} 为发行方违约的概率，则有

$$P_{\text{Def}} = \Pr\{\ln V_A(t) \leq \ln V_{\text{Def}}\}, \quad (3)$$

上式等价于

$$P_{\text{Def}} = \Pr\left\{\varphi \leq -\frac{\ln(V_A(0)/V_{\text{Def}}) + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})t}{\sigma\sqrt{t}}\right\} = N(-d_2), \quad (4)$$

其中 φ 为标准化的对数资产价值（Normalized log-asset-value）分布,且 φ 为标准正态分布，而

$$d_2 = \frac{\ln(V_A(0)/V_{\text{Def}}) + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})t}{\sigma\sqrt{t}}.$$

基于上述（4）式，我们可以看到， φ 的变动直接影响到发行方的信用质量变化，比如违约，CCC-AAA 等。这样，我们可以将信用转移矩阵与 Merton 模型融合，即通过已建立的信用转移概率，得出 φ 对应各评级的信用阈值（Z-threshold），如 $Z_{\text{CCC}} = -d_2$ ，从而将发债公司的资产变动和债券信用质量变化建立联系（见图 1）。而最为关键的是，由于 φ 是标准正态分布，因此对于组合信用转移的联合概率分布，我们只要知道两两资产的相关性，就可通过二维联合正态分布函数得出联合概率分布。而由于这里我们用可观测的股价相关性（严格地说应该是对数化的股价的相关性）来替代不可观测的资产间的相关性。此外，由于组合的未来远期价值等于组合中各债券价值之和，因此我们可以很容易得到两两债券组合的未来价值分布。

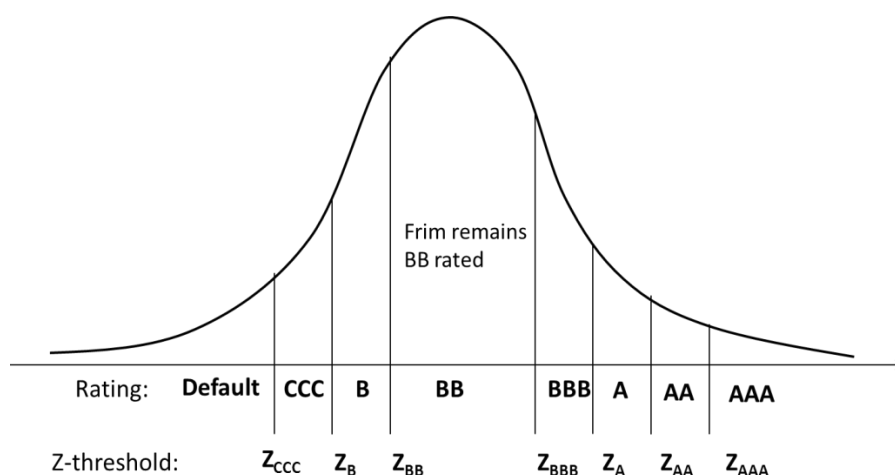


图 1: 结合 Merton 模型的发行人信用评级的分布 (标准正态分布)

第三, 由于由任意多个债券所构成的组合的方差都可由单个资产的方差以及两两资产组合的方差表示, 因此, 我们可以得到组合的方差。

2. 使用 CreditMetrics 计算信用 VaR

在本节中, 假定债券组合还有 n 只债券 (公司), 为了更有效地运用 CreditMetrics, 我们需要对 Moody 信用转移矩阵做如下修改:

1. 将国内的评级和 Moody 的评级之间建立合理的映射;
2. 基于宏观经济因素以及我国信用债券的实际情况, 对评级转移的概率进行修正。

2.1. 通过解析法求债券组合的信用方差

Step 1. 参数设定。确定: 每家公司的评级; 所持头寸权重 (面额/100); 所持头寸市值; 到期年限; 展期=1 年; 每项评级下信用债券各年限的远期利率; 各类型公司所对应的违约损失率。

Step 2. 计算每只债券价值变动的信用方差 $\sigma^2(\Delta V_i), i = 1, 2, \dots, n$.

Step 2.1. 通过信用转移矩阵, 得到公司 i 由当前的评价 $\text{Rate}(i)$ 变为其它评价的概率 $\text{Prob}_i, i = 1, 2, \dots, n$;

Step 2.2. 计算公司 i 在展期末所对应各种可能评级的远期价值 V_i , 这里的远期价值等于所持头寸权重*远期价格;

Step 2.3. 记录上述中对应 $\text{Rate}(i)$ 下的远期价值 V_i^* , 并得到公司 i 在展期末所对应各种可能评级的远期价值变动 $\Delta V_i = V_i - V_i^*$;

Step 2.4. 计算出期望值 $\mu(\Delta V_i), i = 1, 2, \dots, n$, 以及方差 $\sigma^2(\Delta V_i), i = 1, 2, \dots, n$.

Step 3. 计算两两债券组合的信用方差 $\sigma^2(\Delta(V_i + V_j)), i, j = 1, 2, \dots, n$.

Step 3.1. 对每家公司 i , 通过其所有的信用转移概率以及标准正态分布逆函数确定公司 i 由 $\text{Rate}(i)$ 向其它每项信用转移的阈值 $Z_{CCC}(i) - Z_{AAA}(i), i = 1, 2, \dots, n$;

Step 3.2. 确定公司 i 与公司 j 的对数化股价的相关系数 ρ_{ij} ;

Step 3.3. 通过二维正态分布计算所有信用转移可能的联合概率, 如:

$$\text{Prob}_{ij} = \Pr\{Z_A < \varphi_i \leq Z_{AA}, Z_{CCC} < \varphi_j \leq Z_B\},$$

上述可能的组合共 K^2 种，其中 K 为评级的等级个数；同时对于每种可能的联合信用转移，通过将 Step 2 中所计算出的每只债券相应的信用评级下的远期价值变动相加,即

$$\Delta V_{ij} = \Delta V_i + \Delta V_j.$$

这样，我们便得到了两两组合的远期价值分布 $(\Delta V_{ij}, \text{Prob}_{ij})$ 。

Step 3.4. 计算期望值 $\mu(\Delta V_{ij}), i, j = 1, 2, \dots, n$ ，以及方差 $\sigma^2(\Delta V_{ij}), i, j = 1, 2, \dots, n$ 。

Step 4.计算组合的期望值与方差。

2.2. 通过 Monte Carlo 模拟来计算债券组合的信用统计量

Step 1. 参数设定。确定：每家公司的评级；所持头寸权重（面额/100）；到期年限；展期=1年；每项评级下信用债券各年限的远期利率；各类型公司所对应的违约损失率。

Step 2.确定每家公司每项信用转移的阈值。

Step 2.1. 对每家公司 i ，通过信用转移矩阵得到，公司 i 由当前的评价 $\text{Rate}(i)$ 变为其它评价的概率 $\text{Prob}_i, i = 1, 2, \dots, n$ 。

Step 2.2.对每家公司 i ，通过其所有的信用转移概率以及标准正态分布逆函数确定公司 i 由 $\text{Rate}(i)$ 向其它每项信用转移的阈值 $Z_{CCC}(i) - Z_{AAA}(i), i=1, 2, \dots, n$ (见表 1)。

表 1：生成每家公司的信用转移阈值

随 机 情 景	公 司 1	公 司 2	...	公 司 n
Z_{AAA}	$Z_{AAA}(1)$	$Z_{AAA}(2)$	...	$Z_{AAA}(n)$
Z_{AA}	$Z_{AA}(1)$	$Z_{AA}(2)$	...	$Z_{AA}(n)$
Z_A	$Z_A(1)$	$Z_A(2)$	...	$Z_A(n)$
...	...	...	...	...
Z_B	$Z_B(1)$	$Z_B(2)$		$Z_B(n)$
Z_{CCC}	$Z_{CCC}(1)$	$Z_{CCC}(2)$	...	$Z_{CCC}(n)$

Step 3.通过联合正态分布生成标准化对数资产价值的联合随机值。

Step 3.1. 确定公司 i 与公司 j 的对数化股价的相关系数 $\rho_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n$;

Step 3.2. 通过 Cholesky 因子化方法按多元标准正态分布抽取联合随机值(见表 2):

表 2：生成标准化对数资产价值的联合随机值

随机情景	公司 1	公司 2	...	公司 n
1	$z(1,1)$	$z(1,2)$	...	$z(1,n)$
2	$z(2,1)$	$z(1,2)$	...	$z(2,n)$
3	$z(3,1)$	$z(1,2)$	...	$z(3,n)$
...	...	...	...	...
M	$z(M,1)$	$z(M,2)$	...	$z(M,n)$

Step 4.将资产价值的随机值映射为评级。对每种所生成的每情景 $m, m=1,2,\dots,M$,以及每家公司 $i, i=1,2,\dots,n$,通过对照公司 i 的各项信用转移的阈值,将其所生成的标准化对数资产价随机值映射为相应的评级,如表 3。

表 3: 将标准化对数资产的随机值映射为评级

随机情景	标准化对数资产的随机值				新产生的评级			
	公司 1	公司 2	...	公司 n	公司 1	公司 2	...	公司 n
1	$z(1,1)$	$z(1,2)$	...	$z(1,n)$	AAA	A	B	A
2	$z(2,1)$	$z(1,2)$	...	$z(2,n)$	CCC	A	BB	AA
3	$z(3,1)$	$z(1,2)$	...	$z(3,n)$	BB	CCC	CCC	A
...	...	...	...	...	...	...	...	...
M	$z(M,1)$	$z(M,2)$	...	$z(M,n)$	AAA	B	CCC	B

Step 5.计算所有情景下的每家公司债券的远期价值(见表 4),从而得到组合的远期价值分布 $V_p(m), m=1,2,\dots,M$.

表 4: 得到每家公司债券的远期价值

随机情景	新产生的评级				远期价值变动				
	公司 1	公司 2	...	公司 n	公司 1	公司 2	...	公司 n	组合 p
1	AAA	A	...	A	$\Delta V_1(1)$	$\Delta V_2(1)$	...	$\Delta V_n(1)$	$\Delta V_p(1)$
2	CCC	A	...	AA	$\Delta V_1(2)$	$\Delta V_2(2)$	...	$\Delta V_n(2)$	$\Delta V_p(2)$
3	BB	CCC	...	A	$\Delta V_1(3)$	$\Delta V_2(3)$	...	$\Delta V_n(3)$	$\Delta V_p(3)$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
M	AAA	B	...	B	$\Delta V_1(M)$	$\Delta V_2(M)$	...	$\Delta V_n(M)$	$\Delta V_p(M)$

Step 6.由于得到了完整的组合远期价值分布,我们可以计算任何我们想得到的统计量。

3. 信用经济资本的计算

由上述方法,我们可以得到组合的预期信用损失(EL):

$$EL = -\mu(\Delta p) = -[\mu(\Delta V_1) + \mu(\Delta V_2) + \dots + \mu(\Delta V_n)],$$

以及组合在 $1-\alpha$ 置信水平下的最大损失 $L_{\text{worst}}(1-\alpha)$:

$$1 - \alpha = \Pr\{\Delta p \geq -L_{\text{worst}}(1 - \alpha)\}.$$

于是, 非预期损失 (UL) 即信用经济资本或信用 VaR 可由下式得出 (见图 2):

$$UL = L_{\text{worst}} - EL.$$

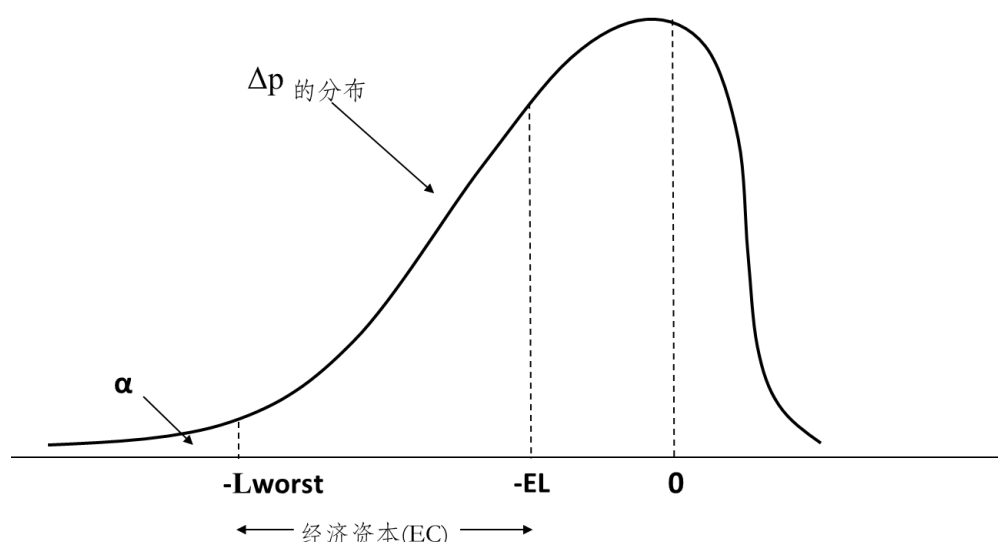


图 2: 信用经济资本

4. CreditMetrics 的不足

第一, CreditMetrics 假定所有处于相同评级的公司的信用质量转移的概率是相同的, 从而没有对这些不同公司的实际信用状况差异加以区分; 而对于违约损失率的处理也存在同样的缺陷。

第二, CreditMetrics 假定所有公司资产都服从正态分布, 这使得可以通过联合正态分布函数来计算联合信用转移概率, 提高了计算的效率, 但是在实际中, 我们却不能保证这种假设是合理的, 而且正态分布的假设有可能导致所计算的信用转移概率, 尤其是违约概率, 偏低。

第三, 为了得到不同公司间信用质量变化的相关性, CreditMetrics 所采用的一项关键简化处理是用可观察的公司权益价值的相关性来代替公司资产价值的相关性 (假定公司的资本结构主要来自权益), 这就导致了所得出的用于计算联合概率分布的相关系数和实际的信用质量变化相关系数存在差异。

第四, CREDITMETRICS 在计算组合的远期价值时, 并没有考虑利率及风险敞口的变化, 因此不确定性只存在于信用质量转移中, 也就是说, 是在完全隔离市场风险的前提下来度量信用风险的。虽然, 这对单纯处理(普通)债券以及贷款组合的信用风险时不会产生较大影响, 但是, 对很多信用风险、市场风险夹杂的信用产品而言, 比如说很多信用衍生品, 该方法就不再适用, 我们需要在一个更为综合的框架下来同时处理信用风险和市场风险。

第五, 中国目前的评级机构还没有建立较为权威的信用转移矩阵, 这就导致在应用 CREDITMETRICS 模型时需要对转移概率进行修改, 这样限制了 CREDITMETRICS 目前在国内的应用。但随着国内信用债市场的不断发展, 信用评级体系的不断完善, CREDITMETRICS 在国内市场的应用前景将越来越广阔。

中国银河证券股份有限公司 博士后科研工作站

北京市西城区金融街 35 号国际企业大厦 C 座 100033

电话: (86) 83571404, 15901485294

传真: 010-66568641

中国银河证券网址: www.chinastock.com.cn

中国银河证券博士后科研工作站网址: <http://www.chinastock.com.cn/yhwz/postdoc/index.shtml.chinastock.com.cn>