

浅谈基于 KMV 模型的信用违约风险度量方法

王曙明 ☎: (86) 83571404

(86) 15901485294

✉: wangshuming@chinastock.com.cn

随着中国资本市场融资平台创新的大举推进,信用产品市场的大力发展将是融资平台多元化的重要一笔.信用债作为典型的信用产品,其最关键的特征在于具有违约风险.因此,如何度量违约风险是管理信用组合风险的基础,也是进行信用产品定价的关键.由 KMV 公司开发的 KMV 模型主要基于借方的资产负债结构对其违约风险进行度量分析,相对于基于信用转移矩阵的 CreditMetrics 模型, KMV 能更精准地计算违约可能性.同时,由于计算中没有过分依赖于信用转移矩阵(中国信用产品目前缺失该),因此 KMV 模型也更符合中国实际.本文以信用债为研究标的,介绍了 KMV 模型进行度量违约风险的基本原理,给出了利用 KMV 计算经济资本的具体步骤,并对模型的延伸进行了介绍.最后,对 KMV 模型的缺陷进行了探讨.

1. KMV 模型的基本原理

KMV 模型由专门致力于信用风险分析的 KMV 公司(现为 Moody 全功能子公司)于 1997 年开发,主要用于评估违约概率.推广后的 KMV 模型也可用于信用转移风险的损失分布的评估. KMV 与 CreditMetrics 都是基于 Merton 模型(1974)所揭示的公司股权价值和资产价值的期权结构对信用风险进行分析.但和 CreditMetrics 模型不同的是, KMV 方法并没有基于针对每类信用等级的历史信用转移概率以及历史违约概率所形成的信用转移矩阵,而是直接以借方(或发行人)的资产负债结构为基础,计算“预期违约频率(EDF)”(作为违约概率的度量),并进一步

步评估违约风险非预期损失。

分析债券的违约风险，本质上就是分析发行人的资产负债结构，一般认为：当公司资不抵债时，就会发生违约，而不断波动的资产价值导致违约性存在不确定性，计算违约概率是评估违约风险的关键。公司的负债是相对固定的，但资产往往不易观察，因此 KMV 模型利用 Merton 模型（1974）中公司股权价值（equity value）与资产价值的期权结构，基于可观察的公司股价反推出不可观察的资产价值，从而实现对违约风险的评估，这便是 KMV 模型的核心原理所在。具体而言，对公司所承担的负债，在负债到期日，如果公司资产价值高于负债值，那么超过的差值部分就是股东权益价值；否则，如果资产价值低于负债值，那么公司的资产将全部用于清偿负债，股东权益价值变为零，此时理论上认为公司“违约”。因此，公司权益价值可以视为以公司资产为标的，以固定负债为行权价（Strike）的一个欧式看涨期权（Call Option）。在此基础上，KMV 模型将计算违约概率或预期违约频率的过程分为以下三步（见图 1）：

1. 计算资产的价值及波动率：由于公司股价是可观察项，因此通过期权公式，可以反推出资产的价值及波动率。
2. 计算违约距离：确定违约点（一般介于为公司的短期负债和总负债之间），并通过衡量公司资产与违约点的差与资产标准差的比得出违约距离。
3. 计算违约概率：通过历史数据，将违约点映射为违约概率（期望违约频率）。

得出违约概率后，结合违约风险暴露（EAD）、违约概率（EDF）和违约损失率（LGD）就可计算出单只债券的违约非预期损失，进一步通过分析组合中各债券的违约相关性，可计算出组合的总体违约非预期损失。

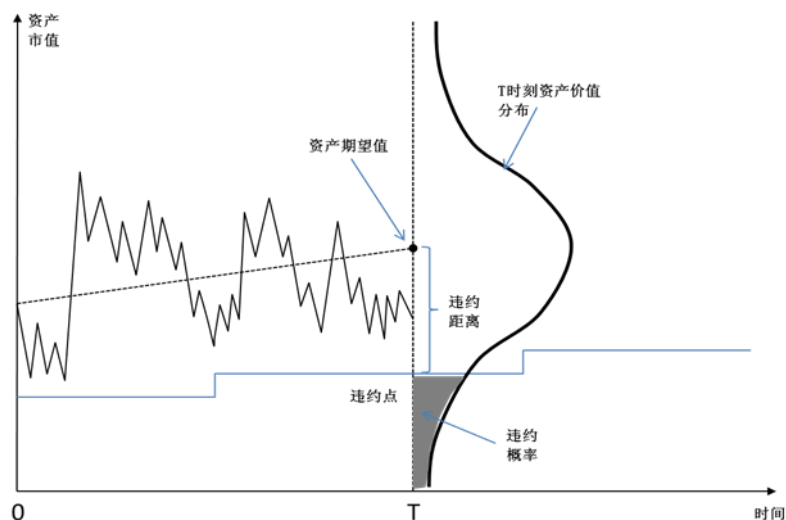


图 1. KMV 模型计算违约概率

2. 使用 KMV 计算违约风险的非预期损失

2.1. 计算资产的价值及波动率

假定公司（发行方）资产价值服从几何布朗运动：

$$dV_A = \mu V_A dt + \sigma_A V_A dz, \quad (1)$$

其中

V_A : 公司的资产价值;

μ, σ_A : 公司资产的漂移率（期望增长率）以及波动率;

dz : Wiener 过程。

进一步假定 X 为发行方当前的账面负债额¹，距离到期时间为 T ，根据上述公司权益市值 V_E 与 V_A 的期权关系，在到期日有 $V_{E,T} = \max\{V_{A,T} - X, 0\}$ ，于是可得当前权益价值为

$$V_E = V_A N(d_1) - e^{-rT} X N(d_2), \quad (2)$$

其中

¹KMV 假定公司的资本结构只包含权益、短期负债、现金、长期负债以及可转化优先股，联立(2)-(3)的解析解参见 Vasicek(1997)。

$$d_1 = \frac{\ln(V_A/X) + (r + \sigma_A^2/2)T}{\sigma_A\sqrt{T}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A\sqrt{T},$$

r:无风险利率。

由 Ito 引理, 权益的波动率可表达为

$$\sigma_E = \frac{\frac{\partial V_E}{\partial V_A} \sigma_A V_A}{V_E} = \frac{V_A}{V_E} N(d_1) \sigma_A, \quad (3)$$

由于 V_E 及其波动率都是可观察项(以股价及其波动率近似替代), 因此联立上述(2)-(3)两式, 可解出当前资产价值 V_A 及资产波动率 σ_A 。

2.2. 计算违约距离

在实践中, 由于长期负债的支持, 当发行人的资产价值降为其账面负债时, 很多情况下发行人都不会违约, 而是可以继续经营。然而, 当发行人资产继续减少到某一点时, 就必定会发生违约, 该临界点即为 KMV 模型中的“违约点”(Default Point, DPT), KMV 公司经过研究发现: 违约点一般处于短期负债与当前账面负债总额之间。而在实际应用中, 设展期为 T (一般为 1 年), 那么违约点 DPT 可定义为 T 内到期的短期负债 (STD) 加上长期负债 (LTD) 的 50%, 即:

$$DPT = STD + 0.5 \cdot LTD. \quad (4)$$

进一步, KMV 模型将资产分布均值和违约点的差再与资产分布标准差的比, 即资产均值偏移违约点标准差的个数, 定义为违约距离 (Distance-to-Default, DD), 数学表达式为

$$DD = \frac{E[V_A] - DPT}{V_A \sigma_A} = \frac{V_A(1 + \mu T) - DPT}{V_A \sigma_A}, \quad (5)$$

其中 μ 为公司资产的年化期望增长率。

2.3. 计算违约概率

2.3.1. 利用历史数据将 DD 映射为 EDF

在实践中, KMV 利用行业数据库计算出每家公司的违约距离, 进而统计具有某一违约距离 DD_i 的公司在 T 年后出现违约的频率, 该频率即为历史实际预期违约频率(EDF), 具体计算可

采用下式实现:

$$\text{实际 EDF} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N K_j \frac{M^D(j, DD_i, T)}{M(j, DD_i)}, \quad (6)$$

其中

N : 所考虑的时间点的个数

K_j : 时间点 j 对应的权重, 一般离当前时刻越近该值设置相对越大;

$M^D(j, DD_i, T)$: 对应时间点 j 下违约距离为 DD_i 并且 T 年后违约的公司数;

$M(j, DD_i)$: 对应时间点 j 下违约距离为 DD_i 的公司总数。

Remark 1: 需要指出的是, 通过 (6) 式将违约距离映射为实际预期违约频率的方法是建立在充分的历史数据资源基础上的, 因此该方法在历史风险数据保存相对完整的发达国家取得了较好效果。

2.3.2. 利用正态分布假设直接计算 EDF

基于资产 V_A 服从几何布朗运动的假设, 我们有:

$$V_A(t) = V_A(0) \exp \left\{ \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) t + \sigma_A \sqrt{t} \varphi \right\}. \quad (7)$$

φ 为标准正态分布。进一步, 记 P_{Def} 为发行方违约的概率, 则有

$$P_{Def} = \Pr \{ \ln V_A(t) \leq \ln DPT_t \}, \quad (8)$$

上式等价于

$$P_{Def} = \Pr \left\{ \varphi \leq - \frac{\ln(V_A(0)/DPT_t) + (\mu - \frac{\sigma_A^2}{2})t}{\sigma_A \sqrt{t}} \right\} = N(-d_2), \quad (9)$$

其中

$$d_2 = \frac{\ln(V_A(0)/DPT_t) + (\mu - \frac{\sigma_A^2}{2})t}{\sigma_A \sqrt{t}}.$$

由违约距离的定义, 在正态对数资产 (Normal Log-asset-value) 分布下, 违约点恰恰为

$$DD = \frac{E[\ln V_A(t)] - \ln DPT_t}{\sigma_A \sqrt{t}} = \frac{\ln(V_A(0)/DPT_t) + (\mu - \frac{\sigma_A^2}{2})t}{\sigma_A \sqrt{t}} = d_2, \quad (10)$$

由此,

$$P_{Def} = N(-DD). \quad (11)$$

Remark 2:虽然利用资产正态分布的假设,可以避免对大量历史数据的依赖,然而,资产正态分布假设的合理性从来就没有被很好地验证。相反,KMV的实证结果表明:基于历史数据的实际预期违约频率比基于上述基于正态分布的理论预期违约频率具有更强的“肥尾(Fat tails)”。这也说明:仅仅依靠正态分布不能很好地刻画资产与负债之间的不确定性,其中包含了在逼近违约点的过程中,公司的负债也在发生着变化。而基于历史数据的实际预期违约频率方法则将这种不确定性交由DD与EDF之间的映射这个“黑箱”来处理。

2.4. 计算违约风险的非预期损失

违约风险的非预期损失一般用损失的标准差来刻画,其计算涉及到三个关键变量:违约风险暴露(EAD)、违约概率(EDF)和违约损失率(LGD)。首先,在违约的意义下,损失变量L可以简化假设为如下分布:

$$L = \begin{cases} EAD \cdot LGD, & \text{概率为 EDF} \\ 0, & \text{概率为}(1 - EDF) \end{cases} \quad (12)$$

其中LGD为违约损失(Loss given default),这里假定为固定值,信息充分的情况下,LGD可进一步假定为随机变量加以考虑。由上述分布容易得出,对于单一债券*i*,其预期损失(EL)即为损失变量的期望值:

$$EL_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot EDF_i, \quad (13)$$

而非预期损失(UL)作为损失变量的标准差,由下式得出:

$$UL_i = \sigma_L = EAD_i \cdot LGD_i \cdot \sqrt{EDF_i(1 - EDF_i)}. \quad (14)$$

而对于债券组合的情形,其违约风险非预期损失的计算要相对复杂一些,主要是增加了违约相关性 ρ_{ij} 的计算。现假定组合由*n*只债券构成,第*i*只债券的头寸为 w_i ,那么组合的预期损失为

$$EL_P = \sum_{i=1}^n EL_i, \quad (15)$$

而非预期损失为

$$UL_P = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j UL_i UL_j \rho_{ij}}, \quad (16)$$

其中违约相关性 ρ_{ij} 即为损失变量 L 的相关系数，其计算公式为

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}(L_i, L_j)}{\sigma_{L_i} \cdot \sigma_{L_j}} = \frac{\text{EDF}(i, j) - \text{EDF}_i \text{EDF}_j}{\sqrt{\text{EDF}_i(1 - \text{EDF}_i)\text{EDF}_j(1 - \text{EDF}_j)}}, \quad (17)$$

上式中 $\text{EDF}(i, j)$ 为联合违约概率，可通过如下两种估算方法得到。

方法一：历史数据法。如果具有充分的历史违约数据，则可以通过估算与 i, j 具有相同违约距离 DD_i, DD_j 的样本公司出现同时违约的平均频率得到联合违约概率。类似于(6)式，我们有

$$\text{EDF}(i, j) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N K_l \frac{M^D(l, DD_i, T) \cdot M^D(l, DD_j, T)}{M(l, DD_i) \cdot M(l, DD_j)}.$$

方法二：正态分布法。由于公司 i, j 的联合违约概率本质上取决于两家公司资产价值的联合分布，因此，首先通过B-S公式算出公司 i, j 的资产价值序列，然后计算出资产价值的相关系数 $\rho_A(i, j)$ ；进一步，基于公司 i, j 的边缘违约概率 EDF_i 和 EDF_j ，以及二元正态分布的假设可以得出联合违约概率：

$$\text{EDF}(i, j) = N_2(N^{-1}(\text{EDF}_i), N^{-1}(\text{EDF}_j), \rho_A(i, j))$$

3. 模型的延伸

虽然KMV模型的核心功能是处理上市公司的违约风险，而模型的不断发展使其具备了以下功能：

第一，建立了全新的KMV信用转移矩阵，使运用KMV可以更为精准地计算信用转移风险。具体步骤为：首先，通过计算样本公司的EDF；然后，根据EDF将样本公司进行从新评级AAA-CCC；进一步，基于各样本历史股价，计算出各样本历史EDF的更新记录，进而确定各信用级别的转移概率。KMV信用转移矩阵本质上是公司EDF的转移概率，而不是历史信用评级(由评级机构给出)的转移，这也是KMV信用转移矩阵区别于Creditmetrics的区别之一。

进一步, KMV 对信用债券定价技术也有别于 Creditmetrics 的简单信用利差。KMV 定价方法如下: 利用 KMV, 我们可以计算出任意时间展期下的“风险中性 EDF”(即用无风险利率代替资产期望增长率计算 EDF), 将债券各付息时间点所对应的 EDF 以及违约损失融入折现定价公式, 我们就可以计算出基于违约风险的债券期望现金流的现值, 即包含了违约风险的债券价值。通过计算对应着不同的 KMV 信用等级(不同的 EDF)下的债券远期价值, 我们便得到了包含信用风险的债券远期价值分布, 将其与无风险远期价值比较, 便得到违约风险损失的分布。在此基础上, 可计算出违约风险的 VaR 值。

研究表明: KMV 转移矩阵可以通过适时市场数据直接计算 EDF 调整(KMV 意义下的信用级别调整), 而无需等待评级机构的评级调整, 因此可以较好地解决评级公司普遍存在的评级调整滞后的缺陷; 另一方面, KMV 对信用债券的定价也较 Creditmetrics 更为精细。上述两方面决定了 KMV 相对 Creditmetrics 能更为精准地评估信用风险。

第二, 组合信用风险管理。由于 KMV 较好地处理了组合中各债券的违约率、债券之间的相关性以及非预期损失(信用风险总量), 这使得 KMV 得以较为方便地将组合的市场风险分解理论移植到信用风险中来, 通过计算各债券对组合的信用风险贡献对组合的债券构成加以调整, 并通过在一定组合预期损失下最小化非预期损失, 以实现组合信用风险的最优化管理。

第三, 非上市公司的违约风险计量。KMV 模型主要处理上市公司的违约风险, 而对于非上市公司, 由于权益价值无法盯市观察, 因此给计算资产价值及其波动率带来了很大的困难。目前, 已有大量的研究对 KMV 模型进行了改进, 通过行业替代等一系列方法如 KMV 的 PFM 模型(Private Firm Model)等, 使 KMV 较好实现了对非上市公司的违约风险评估。

4. KMV 模型在中国应用存在的问题及建议

KMV 模型虽然已成为国际信用风险计量与管理的成功典范, 然而, 由于我国金融风险管理发展的滞后, 很多基础性条件尚不成熟, 这使得 KMV 模型在应用于我国信用产品风险评估时还存在着诸多问题:

第一, 风险历史数据缺失。我国信用风险数据严重缺乏, 这就使得在使用 KMV 将 DD 映射为 EDF 时, 没有现成的样本库可以使用, 必须重新计算。这很大程度上影响了运用 KMV 度量信用风险的效率。

第二，资产负债结构假设的不合理性。一方面是资产负债结构的假设，KMV 模型假定负债是固定不变的，信用风险的变化完全取决于资产价值的波动，这在一定程度上导致了风险计量的偏差，此外，KMV 假定负债类型只包含短期负债、长期负债、可转债、优先股，这也和实际情况有所差别。

第三，资产变化正态分布的假设。正如文中 Remark 所述，KMV 模型计算资产价值以及波动率时过于依赖资产正态分布的假设，这就导致 KMV 模型和其它任何基于该假设提出的模型一样，陷入理想化的瓶颈，无法真实地刻画不确定性，进而导致违约率的计量和实际值存在差别。

为使 KMV 更有效地运用到我国市场信用风险管理中来，笔者认为评级机构应加紧建立行业债券的信用质量转移矩阵，由于我国债券零违约的现状，可利用 KMV 方法，将信用等级与违约概率建立映射，通过计算各时段的违约概率并观察其变化，建立 KMV 信用转移矩阵，由于该思路无需依赖真实违约数据，因此所建立的信用转移矩阵是包含违约情景的。同时，搜集企业实际信用转移的信息，以备完善 KMV 信用转移矩阵所需。

中国银河证券股份有限公司 博士后科研工作站

北京市西城区金融街 35 号国际企业大厦 C 座 100033

电话：(86) 83571404, 15901485294

传真：010-66568641

中国银河证券网址：www.chinastock.com.cn

中国银河证券博士后科研工作站网址：<http://www.chinastock.com.cn/yhwz/postdoc/index.shtml.chinastock.com.cn>