

特定风险容忍度下的投资配置优化

孙晓琳 ☎: (86) 83571420

(86) 15101055812

✉: sunxiaolin@chinastock.com.cn

证券业创新业务开展的同时，扩大了投资者的投资渠道，也给投资者带来了多样化的投资手段。投资者可根据自身的风险偏好选择相应的投资产品制定投资策略。

1. 不同风险收益的投资工具组合

投资品种配置是投资组合过程中最为关键的环节，投资工具配置的方法有多种，但主要都是按以下步骤来分析：

- (1) 设定投资工具类别集(如基金，债券、保险、金融衍生产品等)；
- (2) 预期的与投资收益相关的指标(如收益率、流动性、方差等)；
- (3) 在投资者的风险约束条件下，找到有效组合集。

为了描述的方便，我们作如下假设：

- (1) 假定市场有效且忽略交易成本
- (2) 假定投资者的投资均为自有资产
- (3) 收益为标准正态分布
- (4) 假定投资者追求理性的投资决策

对于非理性投资者，任何决策都不适合，我们不考虑。经典的 Markowitz 均值-方差模型尽管在实际运用中存在某些缺陷，但其给出了投资决策的最基本也是最完整的框架与思路，在

这里仍旧沿用了他的思想。

如果投资者有 n 项投资工具可供选择投资, 各投资工具分别定义为投资工具 i ($i=1, 2., n$),

R_i ——投资工具 i 的实际收益率;

$E(R_i)$ ——投资工具 i 的期望收益率;

R_p ——组合的实际收益率;

E_p ——组合的期望收益率;

σ_i^2 ——投资工具 i 的方差;

σ_p^2 ——投资组合的方差;

σ_i ——投资工具 i 的标准差;

σ_p ——投资组合的标准差;

x_i ——第 i 项投资工具的投资权重。

则有:

$$E_p = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) \qquad \sum_{i=1}^n x_i = 1$$

由于各投资工具之间往往存在一定的相关性, 也就是说当某一因素发生变化时, 各投资工具收益率之间存在着某种趋势(同向或反向)的变化, 用多样本分析后得出这种变化有着特定的比例关系, 即相关系数。而协方差则是两种投资工具之间收益非正态偏离乘积的加权平均数。

ρ_{ij} ——投资工具 i 与投资工具 j 的相关系数;

COV_{ij} ——投资工具 i 与投资工具 j 的协方差。

在 Markowitz 的资产组合理论中, 用均值描述期望收益

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \text{COV}_{ij} \qquad \text{COV}_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

2. 特定风险容忍度下的情况

根据投资学和行为金融学的理论,引入投资者风险容忍度 γ ,即在进行投资组合时,预期收益的置信度应不小于 $1 - \gamma$; $\varphi(x)$ 为正态分布函数,将收益小于预期收益的差额理解为风险损失,有:

$$P\left\{\frac{R_p - E_p}{\sigma_p} < -\varphi^{-1}(\gamma)\right\} = \gamma$$

由于前面的假定,根据马克维茨的思想,即一定风险下获取最大收益或一定收益下承受最小风险。运用模型对均值方差进行单目标下的规划求解如下:

$$MaxU = E_p$$

$$St. \begin{cases} P\left\{\frac{R_p - E_p}{\sigma_p} < -\varphi^{-1}(\gamma)\right\} = \gamma \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

其中: R_p 已知; $E_p = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i)$; σ_p 可以由式 $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \text{COV}_{ij}$ 与式 $\text{COV}_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ 解出。

3. 投资组合中的优化配置

通过调整组合内存款、股票、基金、金融衍生品等投资权重,获取最大回报。

风险投资是一个权衡风险与预期收益的过程。通过考察风险(标准差)和预期收益的数量关系,投资者可根据自身愿意承担的任一程度的风险找到预期收益率最高的投资组合。

投资组合最优化过程通常按两步骤执行:第一,找到风险资产的最优组合;第二,将最优风险资产组合与无风险资产相结合。这里使用的风险资产概念,是指未来收益具有不确定性和波动性的资产。其收益概率分布的均值视为其预期收益率;其收益的波动程度由收益概率分布的标准差来衡量,以反映该资产的风险。无风险资产是指在交易区间的收益率为可预期的资产,

其收益率为已知 r_0 ，收益概率分布的标准差即资产风险为 0。关于这两个步骤，下面依次给予说明。

假定无风险资产、风险资产 1 和风险资产 2 收益率的概率分布如下表(为使说明简化，我们假设两风险资产相关系数 $\rho=0$)。

表 1 三种资产均值、标准差、相关性

	无风险资产	风险资产 1	风险资产 2
均值	$E(r_0)$	$E(r_1)$	$E(r_2)$
标准差	0	σ_1	σ_2
相关性	0	0	0

首先，第一步：假定有一种风险资产组合含风险资产 1 的比例为 ω ，含风险资产 2 的比例为 $1-\omega$ 。则这一组合的平均收益率的公式为：

$$E(r)=\omega E(r_1)+(1-\omega)E(r_2)\dots\dots\dots (2)$$

方差的公式为：

$$\sigma^2 = \omega^2 \sigma_1^2 + (1-\omega)^2 \sigma_2^2 + 2\omega(1-\omega)\rho\sigma_1\sigma_2\dots\dots\dots (3)$$

其中： r_1 、 r_2 、 σ_1 、 σ_2 分别是风险资产 1 和风险资产 2 的收益率和标准差， ρ 为两者相关系数。根据两种资产的比例，利用上述两个公式可计算出该组合的预期收益率和标准差。改变各自比重可得一组不同资产比例的收益、风险组合。演示如下表：

表 2 不同资产比例的收益、风险组合

投资组合	风险资产 1 的比例 (%) ω	风险资产 2 的比例 (%) $1-\omega$	预期收益率	标准差
A	0	100	a	σ_a
B	ω_b	$1-\omega_b$	b	σ_b
R(最小方差点)	ω_r	$1-\omega_r$	r	σ_r
C	ω_c	$1-\omega_c$	c	σ_c
D	100	0	d	σ_d

若反映在图形上，这些组合为一系列相应点，连结各点可得风险—收益曲线。此曲线存在一个最小方差组合点(R)，在此点下端，部分资金逐步转向另一种风险资产，随着平均收益率上升，标准差未上升，而是下降了，这违背风险收益对等原则。在该点上方，随比重的变化，平均收益率上升，标准差亦上升。可见，最小方差组合点上方部分为两种风险资产的投资组合的有效部分。同时假定该曲线为 S。

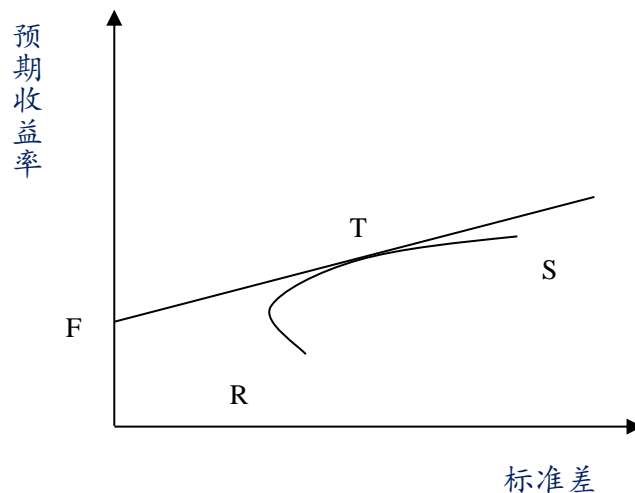


图 1 风险—收益关系

第二步：引入无风险资产，观察无风险资产与风险资产 1 和风险资产 2 的投资组合的风险—收益关系。连结无风险资产(对应于点 F)与上述两种风险资产的所有可能组合(即 S 上的任意点)，得到的直线表示风险资产 1 和风险资产 2 的某一组合与无风险资产的组合的风险—收益关系。其中，可得到的位置最高的直线是连结 F 与 T 的直线，点 T 是过 F 点的直线与曲线 S 的切点，并且切点 T 对应的特殊风险资产组合称为风险资产的最优组合，这是用来与无风险资产再组合，以获得最有效投资组合的风险资产组合。通过计算可得风险资产的最优组合中各资产的比重，进而可得最优组合的收益率均值 $E(r^T)$ 与标准差 σ_T 。当风险资产的最优组合作为单一风险资产时，得出 F 与 T 之间的有效投资组合的直线方程：

$$E(r) = r_0 + \{ [E(r^T) - r_0] / \sigma_T \} \sigma \dots\dots\dots (4)$$

该新的有效投资组合的直线表示投资组合的预期收益率是标准差的直线函数，即对投资者愿意承担的任一程度的风险都对应着一个投资组合使其预期收益率最大。从而 F 与 T 之间的点是把风险资产的最优组合作为单一风险资产与无风险资产进行组合的有效组合。

投资者可根据自身的风险承受度选择投资工具，通过有效组合直线方程判断相应的收益率，再由投资组合的收益率与投资于风险资产比例的关系式，解出风险资产的投资比例。其关系式为：

$$E(r) = E(r^T) \omega + r_0 (1 - \omega) \dots\dots\dots (5)$$

确定的风险容忍度 γ 下，由式 (4) 确定相应收益率 $E(r)$ 。于是，由式 (5) 得出风险资产的投资比例为 x 。因此，投资者投资资金的 x 比例部分投资于风险资产的最优组合， $1-x$ 投资于无风险资产。因为风险资产的最优组合本身包括 ω 的风险资产 1 和 $1-\omega$ 的风险资产 2，最后所求风险为 γ 的投资组合的构成如下：

表 3 各资产比重

无风险资产的比重	$1-x$
风险资产 1 的比重	$x \times \omega$
风险资产 2 的比重	$x \times (1-\omega)$

4. 结语

以上说明了两种风险资产组合如何确定。但在现实中，风险投资涉及的工具或方式繁多，风险收益平衡复杂，投资者应根据自身的风险容忍程度以及偏好的投资工具深入地具体分析。

中国银河证券股份有限公司 博士后科研工作站

北京市西城区金融街 35 号国际企业大厦 C 座 100033

电话：(86) 83571420, 15101055812

传真：010-66568641

中国银河证券网址：www.chinastock.com.cn

中国银河证券博士后科研工作站网址：<http://www.chinastock.com.cn/yhwz/postdoc/index.shtml.chinastock.com.cn>